# Лабораторная работа №7. Динамическое программирование

Цель работы: овладеть практическими навыками решения задач оптимизации методом динамического программирования на основе принципа оптимальности Беллмана.

#### Задание

1. Составить и решить, используя принцип оптимальности Беллмана, задачу о рюкзаке методом прямой прогонки
2. Решить задачу при тех же условиях и дополнительном условии обязательной загрузки предметов второго и третьего типов.
3. Составить и решить, используя принцип оптимальности Беллмана, задачу о рюкзаке методом обратной прогонки

Методические указания по выполнению задания

Рассмотрим решение задачи о рюкзаке с помощью уравнений Р. Беллмана. Пример взят из [1].

*Пример.* Самолет загружается предметами *N* различных типов с весом  и стоимостью  Максимальная грузоподъемность равна *W*= 5. Определить максимальную стоимость груза, вес которого не более *W.*

Таблица— **Исходные данные**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Тип *j* | Вес | Стоимость |
| 1 | 2 | 65 |
| 2 | 3 | 80 |
| 3 | 1 | 30 |

*Решение.* Сделаем математическую постановку. Пусть  — количество предметов *j*-го типа, загружаемых в самолет. Тогда математическая модель имеет вид:



 (1)



— целые.

Отличительными особенностями задачи динамического программирования будут:

1. 1.Этап *j* связан с загрузкой предметов *j*-го типа в количестве  единиц ( — управляемая переменная);
2. 2.Состояние загружаемого самолета  на этапе *j* определяется через ограничение (1) математической модели. В алгоритме прямой прогонки состояния

; 

В алгоритме обратной прогонки



1. Цель управления на этапе .

4. Варианты решения  этапа *j* описываются количеством предметов типа *j*:  — целые.

Решим задачу методом обратной прогонки, загружая предметы с последнего типа.

Пусть  — значение целевой функции: максимальная стоимость предметов, включенных на этапах  при заданном состоянии системы 

Рекуррентное соотношение для процедур обратной прогонки:



Этап 1. ;

;

;

.

Этап 2. ;

;

;

.

Значение условного оптимума  берется из предыдущей таблицы.

Этап 3. ;

;

.

Определение управляемых переменных начинается с последней таблицы (обратный ход):





Оптимальное решение 

#### Требования к отчёту

В отчёте должны быть представлены:

Математическая модель задачи, уравнения Белмана для прямой и обратной прогонки, таблицы расчетов.

#### Варианты заданий

Самолет загружается предметами *N* различных типов (табл. 2) с весом  и стоимостью  Максимальная грузоподъемность равна *W*= 6. Определить максимальную стоимость груза, вес которого не более *W.*

Таблица 2

Исходные данные индивидуальных вариантов заданий  
лабораторной работы №7

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Вариант | Тип j | Вес | Стоимость |
| **1** | 1 | 2 | 65 |
| 2 | 3 | 80 |
| 3 | 1 | 30 |
| **2** | 1 | 2 | 50 |
| 2 | 3 | 20 |
| 3 | 1 | 40 |
| **3** | 1 | 1 | 50 |
| 2 | 2 | 20 |
| 3 | 3 | 40 |
| **4** | 1 | 3 | 65 |
| 2 | 2 | 80 |
| 3 | 1 | 30 |
| **5** | 1 | 2 | 30 |
| 2 | 1 | 40 |
| 3 | 3 | 20 |
| **6** | 1 | 1 | 60 |
| 2 | 2 | 70 |
| 3 | 2 | 80 |
| **7** | 1 | 2 | 48 |
| 2 | 1 | 27 |
| 3 | 1 | 65 |
| **8** | 1 | 3 | 33 |
| 2 | 3 | 41 |
| 3 | 2 | 23 |
| **9** | 1 | 1 | 65 |
| 2 | 2 | 78 |
| 3 | 1 | 80 |
| **10** | 1 | 3 | 41 |
| 2 | 1 | 22 |
| 3 | 2 | 34 |
| **11** | 1 | 2 | 43 |
| 2 | 2 | 25 |
| 3 | 1 | 60 |
| **12** | 1 | 1 | 70 |
| 2 | 3 | 80 |
| 3 | 1 | 45 |
| **13** | 1 | 2 | 46 |
| 2 | 2 | 27 |
| 3 | 1 | 38 |
| **14** | 1 | 1 | 43 |
| 2 | 3 | 25 |
| 3 | 1 | 62 |

**Контрольные вопросы**

1. Что из себя представляет динамическое программирование (ДП)?
2. Какова геометрическая интерпретация схемы решения задач динамического программирования?
3. Каковы основные принципы решения задач ДП?
4. Можно ли решать задачи линейного программирования методом ДП?
5. Назовите характерные особенности задач ДП.
6. В чем отличие управляемой переменной от переменной, характеризующей состояние системы в задачах ДП?
7. Запишите уравнение Беллмана для решения задачи о рюкзаке по алгоритму целевой прогонки.
8. Запишите уравнение Беллмана для решения задачи распределения однородного ресурса между подразделениями по алгоритму обратной прогонки.
9. Реализация каких алгоритмов прямой и обратной прогонки для одной и той же задачи приводит к получению различных оптимальных решений?